1. ΘΕΜΑ 1

Α. Σε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε Σωστό (Σ), αν η πρόταση που διατυπώνεται είναι σωστή και Λάθος (Λ), αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς $\alpha, \beta \geq 0$ ισχύει ότι $\sqrt{\alpha + \beta} = \sqrt{a} + \sqrt{\beta}$.

β) Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει ότι $|\alpha + \beta| \leq |-\alpha| + |\beta|$.

γ) Κάθε ευθεία η οποία έχει θετική κλίση, σχηματίζει με τον άξονα $x'x$οξεία γωνία.

δ) Η εξίσωση $x^3 = -8$ είναι αδύνατη στους πραγματικούς αριθμούς.

ε) Αν είναι $\alpha\beta > 1$, τότε θα ισχύει αναγκαστικά $\alpha > 1 \kappa\alpha\iota \beta > 1$.

ΛΥΣΗ

Α. α) ΛΑΘΟΣ. Για α=9 και β= 16 έχουμε $\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7$, ενώ $\sqrt{9+16}=\sqrt{25}$=5 . Άρα δεν ισχύει η ισότητα για οποιουσδήποτε μη αρνητικούς αριθμούς α,β.

β) ΣΩΣΤΟ. Ισχύει ότι $|\alpha|=|-\alpha|$, για κάθε α πραγματικό αριθμό. Οπότε από την τριγωνική ανισότητα $|a+\beta|\leq|\alpha|+|\beta|$, προκύπτει το ζητούμενο.

γ) ΣΩΣΤΟ. Η κλίση μίας ευθείας είναι ίση με την εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα x’x. Οι οξείες γωνίες έχουν θετική εφαπτομένη, ενώ οι αμβλείες έχουν αρνητική εφαπτομένη.

δ) ΛΑΘΟΣ. Για x=-2 η εξίσωση επαληθεύεται.

ε) ΛΑΘΟΣ. Αν α=-1, β=-2, τότε αβ=2>1.

2. ΘΕΜΑ 1

α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

i. Η εξίσωση $\alpha x + \beta = 0$ είναι αδύνατη, όταν $\alpha \neq 0$ και $\beta = 0$.

ii. Αν $\alpha \leq 0$ και ν άρτιος φυσικός, τότε $\sqrt[\nu]{\alpha^\nu}$=α.

iii. Αν α>0 και Δ<0 η ανίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma < 0$ αληθεύει για κάθε $x \epsilon R$.

iv. Αν η απόσταση του x από το 0 είναι ίση με 3, τότε x=3 ή x=-3.

v. Η γραφική παράταση μιας συνάρτησης f έχει το πολύ ένα κοινό σημείο με τον άξονα $y'y$.

ΛΥΣΗ:

α)

i. Λ
ii. Λ
iii. Λ
iv. Σ
v. Σ

3. ΘΕΜΑ 1

Α1. Στις τέσσερις πρώτες ερωτήσεις να γράψετε στην κόλλα σας το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι σωστή ή το γράμμα Λ αν η πρόταση είναι λάθος, μετά από τον αριθμό της ερώτησης. Στην πέμπτη ερώτηση να γράψετε το γράμμα της σωστής απάντησης μετά από τον αριθμό της ερώτησης.

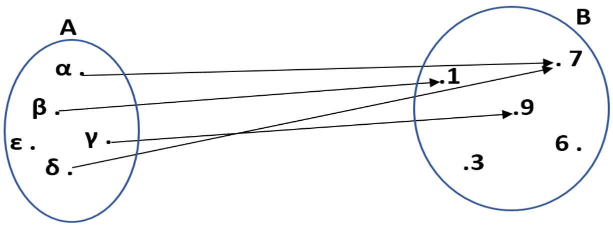
i) Αν $\alpha \leq 0$ και ν άρτιος, τότε ισχύει $\sqrt[\nu]{\alpha^{\nu}} = |\alpha|$.

ii) Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$ μπορεί να τέμνει τον άξονα $y'y$ σε ακριβώς δύο σημεία.

iii) Θεωρούμε την αριθμητική πρόοδο (α_ν) με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω. Το άθροισμα S_ν των ν πρώτων διαδοχικών όρων της (α_ν) δίνεται από την σχέση $S_\nu = \frac{\nu}{2}[\alpha_1 + (\nu-1)\omega]$.

iv) Η εξίσωση $\alpha \cdot x + \beta = 0$ είναι αδύνατη ως προς x, όταν $\alpha = 0$ και $\beta \neq 0$

v)



Στο παραπάνω σχήμα δίνεται μια αντιστοιχία στοιχείων ενός συνόλου Α σε στοιχεία ενός συνόλου Β. Ποιο από τα παρακάτω είναι σωστό;

Α) η αντιστοιχία αυτή παριστάνει συνάρτηση από το σύνολο Α στο σύνολο Β.

Β) η αντιστοιχία αυτή δεν παριστάνει συνάρτηση διότι στο 3 και στο 6 δεν αντιστοιχεί κανένα στοιχείο του Α.

Γ) η αντιστοιχία αυτή δεν παριστάνει συνάρτηση διότι τα διαφορετικά στοιχεία α και δ του συνόλου Α αντιστοιχούν στο ίδιο στοιχείο του συνόλου Β, το 7.

Δ) η αντιστοιχία αυτή δεν παριστάνει συνάρτηση διότι το στοιχείο ε δεν αντιστοιχεί σε κανένα στοιχείο του Β.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Α1.

i) Σ ii) Λ iii) Λ iv) Σ v) Δ

4. ΘΕΜΑ 1

α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στο αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

vi. Το σημείο $M(x, y)$ με $x > 0$ και $y < 0$ βρίσκεται στο δεύτερο τεταρτημόριο του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων.

vii. Αν τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, τότε ισχύει: $\beta^2 = \alpha \cdot \gamma$.

viii. Ισχύει $|\alpha| \geq \alpha$, για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$.

ix. Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma > \delta$, τότε: $\alpha - \gamma > \beta - \delta$ για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β, γ, δ.

x. Η εξίσωση $\alpha x = \alpha$ έχει μοναδική λύση $x = 1$ για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$.

ΛΥΣΗ

α)

i. Λ

ii. Σ

iii. Σ

iv. Λ

v. Λ

5. ΘΕΜΑ 1

α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στο αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

i. Αν $\alpha+\beta=\gamma+\delta$ τότε $\alpha=\gamma$ και $\beta=\delta$

ii. Για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$, ισχύει $|-\alpha|=\alpha$.

iii. Η γραφική παράταση μιας συνάρτησης f έχει το πολύ ένα κοινό σημείο με τον άξονα $y'y$.

iv. Αν το τριώνυμο $\alpha x^2+\beta x+\gamma$ διατηρεί σταθερό πρόσημο για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε $\beta^2-4\alpha\gamma>0$.

v. Αν οι ευθείες $\varepsilon_1: y=\alpha_1 x+\beta_1$ και $\varepsilon_2: y=\alpha_2 x+\beta_2$ δεν έχουν κανένα κοινό σημείο, τότε $\alpha_1=\alpha_2$ και $\beta_1 \neq \beta_2$.

ΛΥΣΗ

α)

i. Λ

ii. Λ

iii. Σ

iv. Λ

v. Σ

6. ΘΕΜΑ 1

α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

i. Για οποιουσδήποτε μη αρνητικούς αριθμούς α, β ισχύει: $\sqrt{\alpha+\beta}=\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}$.

ii. Αν $\rho>0$, τότε ισχύει η ισοδυναμία: $|x|<\rho \Leftrightarrow -\rho<x<\rho$.

iii. Η εξίσωση $x^{\nu}=\alpha$, με ν περιττό φυσικό και $\alpha<0$, έχει λύση την $x=\sqrt[\nu]{|\alpha|}$.

iv. Για οποιαδήποτε συνάρτηση f της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $M(3,\ 5)$ ισχύει $f(5)=3$.

v. Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, αν και μόνο αν ισχύει $\beta^2=\alpha\gamma$.

ΛΥΣΗ

α)

i. Λ
ii. Σ
iii. Λ
iv. Λ
v. Σ

7. ΘΕΜΑ 1

α) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση Σ (Σωστό), αν η πρόταση είναι αληθής ή Λ (Λάθος), αν η πρόταση είναι ψευδής.

i. Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ισχύει η πρόταση:

Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma < \delta$, τότε $\alpha \cdot \gamma < \beta \cdot \delta$.

ii. Για κάθε $\theta \in \left(0, +\infty\right)$ ισχύει: $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$.

iii. Η εξίσωση $x^3 = 5$ έχει δύο πραγματικές ρίζες.

iv. Αν ισχύουν $\alpha > 0$ και $\Delta < 0$, όπου Δ η διακρίνουσα του τριωνύμου $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$, τότε το τριώνυμο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$ είναι αρνητικό για οποιονδήποτε πραγματικό αριθμό x.

v. Ο παρακάτω πίνακας θα μπορούσε να είναι πίνακας τιμών μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το διάστημα $\left[0, 4\right]$.

x	0	1	1	2	4
$y = f(x)$	0	1	-1	2	0,5

ΛΥΣΗ

α)

i. Είναι λάθος (Λ). Π.χ $-5<-1$ και $-4<-2$, όμως $(-5)\cdot(-4)>(-1)\cdot(-2)$.

ii. Είναι σωστή (Σ).

iii. Είναι λάθος (Λ). Η εξίσωση έχει μια ρίζα, την $x=\sqrt[3]{5}$.

iv. Είναι λάθος (Λ). Όταν η διακρίνουσα είναι αρνητική, το τριώνυμο είναι ομόσημο του α, δηλαδή θετικό στην προκειμένη περίπτωση, για οποιονδήποτε πραγματικό αριθμό x.

v. Είναι λάθος (Λ). Ο πίνακας αποτελείται και από τα ζεύγη $\left(1,-1\right)$ και $\left(1,1\right)$ που έχουν την ίδια τετμημένη και διαφορετική τεταγμένη. Δηλαδή υπάρχει ένα x που αντιστοιχεί σε διαφορετικά y.

8. ΘΕΜΑ 1

α) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

i. Τα σημεία $\mathrm{A}(x, y)$ και $\mathrm{B}(-x, y)$ είναι για κάθε τιμή των x, y συμμετρικά ως προς τον άξονα xx'.

ii. Η εξίσωση $x^{\nu} = \alpha$ με $\alpha < 0$ και ν περιττό, έχει ακριβώς μία λύση την $-\sqrt[\nu]{|\alpha|}$.

iii. Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει $|\alpha| + |\beta| = |\alpha + \beta|$.

iv. Η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$ έχει πραγματικές ρίζες αν και μόνο αν $\beta^2 - 4\alpha\gamma \geq 0$.

v. Για κάθε γεωμετρική πρόοδο (α_{ν}) με λόγο $\lambda = 1$, το άθροισμα των ν πρώτων όρων της δίνεται από τον τύπο $S_{\nu} = \nu \cdot \alpha_1$.

ΛΥΣΗ

α)

i. Λάθος, είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα $y'y$.

ii. Σωστό.

ii. Λάθος, ισχύει $|\alpha|+|\beta|=|\alpha+\beta|$ αν και μόνο αν $\alpha\cdot\beta\geq 0$, δηλαδή αν και μόνο αν οι αριθμοί α,β είναι ομόσημοι ή ένας τουλάχιστον από αυτούς είναι ίσος με μηδέν.

iv. Σωστό.

v. Σωστό.